PROGRESO TÉCNICO Y TASA DE GANANCIA*

Nobuo Okishio (1961)

En esta nota, comentaremos la ley de Karl Marx de la tendencia a la baja de la tasa de ganancia.[1] Karl Marx demostró su propuesta, que se encuentra en el tercer libro de *Das Kapital*, de la siguiente manera:

1) La competencia entre los capitalistas les empuja a introducir nuevas técnicas de producción, y este hecho no puede dejar de aumentar la productividad del trabajo.

2) Las técnicas de producción que aumentan la productividad del trabajo suelen aumentar la «composición orgánica del capital». Este último se mide por la relación c/v, donde v denota «capital variable» y c denota «capital constante».

3) La tasa de ganancia es $m/(c+v)$, donde m es el «plusvalor». Así, si la tasa de aumento de plusvalor, m/v, se mantiene constante, la tasa de ganancia disminuye a medida que aumenta la composición orgánica del capital, c/v.

4) Las técnicas de producción que aumentan la productividad del trabajo en los sectores que producen bienes salariales y en los sectores relacionados con ellos aumentan la tasa de plusvalor, si el salario real no cambia. Este efecto compensa la disminución de la tasa de ganancia, pero sólo parcialmente.

5) A pesar de esta compensación, la tasa de ganancia tiende a bajar, debido a la constante introducción de nuevas técnicas, que aumentan la composición orgánica del capital.

Estas propuestas plantean las siguientes cuestiones:

1) ¿Es cierto que las nuevas técnicas de producción introducidas por los capitalistas no pueden dejar de aumentar la productividad del trabajo?

2) ¿Es cierto que las técnicas de producción que aumentan la productividad del trabajo suelen aumentar la composición orgánica del capital?

---

* Traducción por: Gabriel Camacho-Cabrera, estudiante de Bach. en Economía, UNA (gabriel.camacho.cabrera@est.una.ac.cr).

Okishio, N. (1961). Technical Change and the Rate of Profit, *Kobe University Economic Review*, 7. / P. de Lavergne (trad.), Abraham-Frois G. (1984), *L'économie classique. Nouvelles perspectives*, Económica. https://gesd.free.fr/okishio61.pdf

[1] Los siguientes artículos de Kei Shibata, que han pasado desapercibidos, desarrollan la siguiente idea: "On the Law of Decline in the Rate of Profit", Kyoto University Economie Review, julio de 1934, y "On the General Profit Rate", *ibídem*, enero de 1939.

3) Las nuevas técnicas de producción tienen dos efectos contradictorios sobre la tasa de ganancia: un aumento de la tasa de plusvalor y un aumento de la composición orgánica del capital. Sin embargo, ¿por qué la tasa de ganancia tiende a bajar?

Vamos a examinar cada una de estas cuestiones por separado.

II

Al considerar la introducción de nuevas técnicas de producción, el criterio del capitalista no es el aumento de la productividad del trabajo, sino la reducción del coste de producción. El «criterio de productividad» difiere del «criterio de coste».

La productividad del trabajo en la fabricación de la mercancía i se mide por $1/t_i$, donde t_i denota la cantidad de trabajo requerido directa e indirectamente para producir una unidad de la mercancía i. t_i se determina mediante las siguientes ecuaciones:

$$t_i = \sum a_{ij}\, t_j + \tau_i \qquad (i = 1,2,\dots,n) \quad (1),$$

donde a_{ij} denota la cantidad de mercancía j directamente necesaria para la producción de una unidad de mercancía i y τ_i denota la cantidad de trabajo directamente necesaria para la producción de una unidad de mercancía i.

La condición para que una nueva técnica de producción en el k-ésimo sector aumente la productividad del trabajo en la fabricación de la mercancía k y que:

$$\sum a_{kj} t_j + \tau_k > \sum a'_{kj}\, t_j + \tau'_k \quad (2),$$

donde $\left(a'_{k1}, a'_{k2}, \dots, a'_{kj} q_j + \tau'_k\right)$ representa una nueva técnica en el sector k.[2] La condición (2) expresa el «criterio de productividad».

Por otro lado, el «criterio de coste» es este:

$$\sum a_{kj} q_j + \tau_k > \sum a'_{kj}\, q_j + \tau'_k \quad (3),$$

donde $q_j = p_j/w$, y donde p_j y w denotan el precio de la mercancía j y el salario nominal, respectivamente.

El «criterio de productividad» (2) coincide con el «criterio de coste» (3) sólo si $q_i = t_i$ para todo i. Pero, en una economía capitalista, $q_i > t_i$ para todo i. En efecto, la ganancia debe ser positiva en todos los sectores, por lo que deben verificarse las siguientes desigualdades:

$$q_i > \sum a_{ij}\, q_j + \tau_i \qquad (i = 1,2,\dots,n) \quad (4).$$

[2] Véase el anexo matemático I, citado a continuación.

Si comparamos (4) con (1), obtenemos que $q_i > t_i$ para todo i.[3]

Así, el «criterio de productividad» difiere del «criterio de coste». En la medida en que el criterio del capitalista es el de los costes y no el de la productividad, las nuevas técnicas de producción introducidas por el capitalista no aumentan necesariamente la productividad del trabajo, aunque sí reducen necesariamente el coste de producción. Esto expresa los obstáculos que la economía capitalista pone a la progresión de la fuerza productiva.

III

Sin un estudio estadístico, es imposible responder a la pregunta de si las técnicas de producción que aumentan la productividad del trabajo incrementan la composición orgánica del capital. En esta nota, este no es el camino que tomaremos.

En la visión marxiana, el carácter desviado de la producción debe acelerar para aumentar la productividad del trabajo. Por lo tanto, la cantidad de trabajo que se requiere directamente para producir los bienes disminuye en relación con la cantidad de trabajo necesario para fabricar los medios de producción necesarios para la producción de las mercancías.

Marx midió la composición orgánica del capital del sector i mediante la relación c_i/v_i. Pero esta medida no arroja suficiente luz sobre la visión marxiana.

Con nuestras notaciones,

$$c_i = \sum a_{ij}\, t_j$$

y $$v_i = \tau_i \sum b_j\, t_j,$$

donde $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ denota la canasta de bienes de consumo que un trabajador recibe a cambio de una unidad de trabajo, es decir, el salario real. La composición orgánica del capital de un sector depende, pues, de dos factores: las técnicas de producción, que determinan a_{ij}, τ_i y t_i, y el salario real, que determina b_i. La composición orgánica del capital cambia si el salario real varía mientras las técnicas de producción no cambian.

Para traducir claramente la visión marxiana, es mejor utilizar la medida $\sum a_{ij}\, t_j/\tau_i$ que c_i/v_i, o $\sum a_{ij}\, t_j/\tau_i \sum b_j\, \tau_j$. Nuestra medida $\sum a_{ij}\, t_j/\tau_i$, o $c_i/(v_i + m_i)$, depende de las técnicas de producción y muestra directamente la proporción entre el trabajo directo y el indirecto que se requiere para la producción de los medios de producción. Llamamos $c_i/(v_i + m_i)$ a la «composición orgánica de la producción» en el sector i.

IV

[3] Anexo matemático II.

Con nuestras notaciones, la tasa de plusvalor, m/v, se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{m}{v} = \frac{\tau_i - \tau_i \sum b_j t_j}{\tau_i \sum b_j t_j} = \frac{1 - \sum b_j t_j}{\sum b_j t_j} \quad (5).$$

Como se desprende de la fórmula anterior, la tasa de plusvalor depende del salario real y de la productividad del trabajo en el sector de los bienes salariales. El sector j es el de los bienes salariales si $b_j > 0$. La productividad del trabajo en este sector no sólo depende de las técnicas de producción utilizadas en los sectores productores de bienes salariales, sino también de los empleados en las partes indivisibles de los sectores productores de bienes salariales. En efecto, t_i, como se muestra en las ecuaciones (1), depende no sólo de la técnica de producción utilizada en el propio sector i, sino también de los empleados en los sectores cuyos productos sirven directa o indirectamente como medios de producción en el sector i. A partir de ahora, llamaremos «sectores fundamentales» a todos los sectores productores de salarios y a todos los sectores indivisibles de los sectores productores de salarios. Así, para un salario real dado, la tasa de apreciación depende únicamente de las técnicas de producción de los sectores fundamentales.

Si la nueva técnica de producción se introduce en uno de los sectores fundamentales y si la productividad del trabajo en la fabricación de determinados bienes salariales aumenta, es decir, si t_i disminuye para i tal que $b_i > 0$, la tasa de plusvalor aumenta necesariamente para el salario real que se ha reducido. Pero los cambios en las técnicas de producción de los sectores no-fundamentales no influyen en la tasa de plusvalor.

A la hora de analizar los efectos sobre la tasa de plusvalor, es muy importante distinguir entre los sectores fundamentales y los no-fundamentales. Marx, como D. Ricardo, reconoció plenamente este hecho.[4]

Pero esta distinción tiene también una importancia crucial a la hora de analizar los efectos del progreso técnico sobre la tasa de ganancia, como señaló Ricardo. Marx no lo admitió y, como demostraremos más adelante, se equivocó en este punto.

V

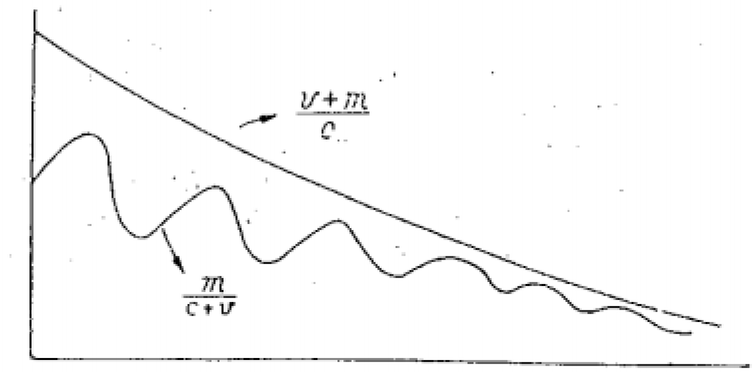
Las nuevas técnicas de producción de estilo marxiano introducidas en los sectores fundamentales tienen dos efectos opuestos: el aumento de la tasa de plusvalor y el aumento de la composición orgánica del capital. Sin embargo, Marx insistió en la tendencia a la baja de la tasa de ganancia. ¿Por qué el primer efecto no compensa totalmente el segundo?

La respuesta más concluyente y coherente a esta cuestión es que la tasa de ganancia, $m/(c+v)$, no puede superar la inversa de la composición orgánica de la producción, es decir:

$$m/(c+v) \leq (v+m)/c \quad (6)$$

[4] Véase esta nota p. 114.

El signo de igualdad, en la fórmula anterior, sólo prevalece si $v = 0$, es decir, si un trabajador no trabaja por nada. Esta relación es indiscutible y demuestra que la inversa de la composición orgánica de la producción es un límite superior de la tasa de ganancia. Y este límite, según la visión marxiana, debe ser una función decreciente del tiempo, como $(v + m)/c \to 0$. Así, por muy alta que sea la tasa de plusvalor, la tasa de ganancia no puede superar el límite superior, que a su vez disminuye con el tiempo. Aunque la tasa de ganancia puede sufrir altibajos, su tendencia no puede ser ni alcista ni estacionaria, como muestra la figura siguiente:



El razonamiento anterior parece ser de una lógica sólida. Si aceptamos la visión marxiana de la composición orgánica de la producción, la conclusión parece inevitable. Incluso los que rechazan la visión marxiana estricta no podrían negar que la composición orgánica de la producción tiende a aumentar, aunque no lo haga siempre. Y las pruebas anteriores no exigen un aumento estricto, sólo requieren una tendencia al alza.

Por desgracia, esta apariencia es engañosa. Nuestro comentario necesita ser desarrollado.

VI

El primer problema lo plantea la propia desigualdad (6). ¿Puede verificarse la desigualdad? Si pudiéramos medir la tasa de ganancia por $m/(c + v)$, la desigualdad (6) se produciría necesariamente. Marx calculó la tasa general de ganancia dividiendo el plusvalor total por el capital total en términos de valor, es decir, por $m/(c + v)$. Pero este procedimiento es incorrecto. La tasa general de ganancia, r, se determina mediante las siguientes ecuaciones:

$$q_i = (1 + r)\left(\sum a_{ij}q_j + \tau_i\right) \qquad i = (1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

$$1 = \sum b_i q_i$$

Como puede observarse fácilmente, la tasa r obtenida no suele ser igual a $m/(c + v)$. ¿Tiene esta tasa general de ganancia, r, un límite superior determinado por la composición orgánica de la producción? La respuesta es sí. A partir de las ecuaciones (1) y (7) podemos derivar la siguiente desigualdad:

$$r < \tau_i / \sum a_{ij} t_j \quad \text{para algunos } i \quad (8).$$

El término derecho de (8) expresa la inversa de la composición orgánica de la producción en el i-ésimo sector. Así, la desigualdad (8) significa que la tasa general de ganancia no puede superar la inversa de la composición orgánica de la producción en determinados sectores. Esta relación juega el mismo papel que la desigualdad (6). Dado que, según el punto de vista marxiano, la composición orgánica de la producción tiende a aumentar sin límite en todos los sectores, la tasa general de ganancia debe disminuir a largo plazo.

Por lo tanto, aunque la desigualdad (6) no se verifique, la validez del resultado al que conduce la desigualdad (6) no se ve perjudicada por la desigualdad (8). ¿Podemos, pues, aceptar la propuesta de Marx? Todavía queda una tarea por hacer antes de poder hacerlo.

VII

El siguiente problema por considerar es el tipo de nuevas técnicas de producción que introducen los capitalistas. Marx pensaba que los capitalistas se ven impulsados por la competencia a introducir nuevas técnicas que aumentan la productividad del trabajo y la composición orgánica de la producción. Y a largo plazo, la composición orgánica de la producción aumenta sin límite en todos los sectores, lo que conduce a una caída de la tasa de ganancia.

Pero, como se ha indicado anteriormente, los capitalistas eligen una nueva técnica de producción, en una economía capitalista, principalmente según el criterio de coste. Aunque existieran técnicas que aumentaran enormemente la productividad del trabajo, los capitalistas no podrían introducirlas si no reducen el coste de producción. Esta condición establece el límite del aumento de la productividad del trabajo.

Hay que considerar los efectos sobre la tasa general de ganancia de una introducción de técnicas de producción impulsadas por el criterio de coste. La tasa general de ganancia viene determinada por la ecuación (7). Supongamos que la técnica de producción $(ak_1, \dots, ak_n, \tau_k)$ ser sustituido en el k-ésimo sector por la nueva tecnología $(a'_{k1}, \dots, a'_{kn}, \tau'_k)$, que respete la desigualdad (3). ¿Cómo cambiará la tasa general de ganancia, r, en las ecuaciones (7)? Podemos llegar a las siguientes conclusiones, cuyas pruebas se presentan en los Apéndices IV y V.

1) Si el sector en el que se introduce la nueva tecnología es un sector no-fundamental, la tasa general de ganancia no se ve afectada.

2) Si el sector en el que se introduce la nueva tecnología es un sector fundamental, la tasa general de ganancia aumenta necesariamente.

D. Ricardo había demostrado la proposición de que las técnicas de producción utilizadas en los sectores no esenciales no influyen en la tasa general de ganancia. Pero Marx rechazó esta propuesta.[5] La razón por la que Marx no pudo llegar al resultado correcto es que calculó la tasa general de ganancia dividiendo el plusvalor total por el capital total, incluyendo el de los sectores no-fundamentales ($m/(c+v)$).

Si la tasa general de ganancia es $m/(c+v)$, los sectores no-fundamentales desempeñan el mismo papel que los sectores fundamentales, y la distinción entre sectores fundamentales y no-fundamentales deja de ser pertinente para el análisis de los efectos sobre la tasa de ganancia. Pero la tasa general de ganancia no puede medirse con un cociente tan simple. Hay que utilizar la ecuación (7), en la que los sectores no-fundamentales sólo desempeñan un papel pasivo.

La propuesta de que una nueva técnica, que satisfaga la prueba de los costes (3) y se introduzca en los sectores fundamentales, aumente necesariamente la tasa general de ganancia no puede ser compatible con la ley marxiana de la caída de la tasa de ganancia. Esta propuesta afirma que, por muy importante que sea la composición orgánica de la producción, la tasa general de ganancia aumenta necesariamente y sin excepción cuando la nueva técnica introducida satisface el criterio de coste y el salario real se mantiene constante. Y podemos decir con seguridad que toda nueva técnica introducida por los capitalistas reduce el coste de producción en términos de precios y salarios actuales. Así, no podemos escapar a la conclusión de que todas las innovaciones técnicas que los capitalistas adoptan en los sectores fundamentales aumentan necesariamente la tasa general de ganancia, a menos que el salario real aumente lo suficiente.

VIII

Aunque los apéndices ofrecen las pruebas completas de estas dos proposiciones en el caso general, es posible ilustrarlas, en el caso simple, con un ejemplo numérico.

Supongamos que hay sectores que producen (I) medios de producción, (II) bienes salariales, (III) bienes de lujo. El siguiente cuadro expresa las técnicas de producción en estos sectores:

	I	II	III
I	1/2	1/4	1/5
Trabajo	10	15	16

[5] “Si en lugar de cosechar el trigo en casa, y fabricar nosotros mismos la ropa y los objetos necesarios para el consumo del trabajador, descubrimos un nuevo mercado donde podemos obtener estos objetos más baratos, los salarios tendrán que bajar y las ganancias tendrán que subir. Pero, si estas cosas que se obtienen más baratas, ya sea por la extensión del comercio exterior o por la mejora de las máquinas, se utilizan sólo para el consumo de los ricos, la tasa de ganancia no experimentará ningún cambio. La tasa de salarios no cambiará, aunque el vino, el terciopelo, la seda y otros bienes de lujo experimentarán una caída del 50%; y por tanto las ganancias seguirán siendo las mismas.” (D. Ricardo, *op. cit.*, pp. 100-101).

Contra Ricardo, Marx escribió:

“Podemos ver que este pasaje está escrito de forma muy incorrecta. Pero si prescindimos de este formalismo, es demasiado cierto, si leemos "tasa de plusvalor" en lugar de tasa de ganancia, como en toda esta investigación sobre el plusvalor relativo. Incluso en el caso de los bienes de lujo, cualquier progreso técnico puede aumentar la tasa general de ganancia, porque la tasa de ganancia tiende en estas esferas, como en todas las demás, a igualar la tasa de ganancia media entre todas las tasas de ganancia particulares.” K. Marx, *Théories de la plus-value* (Traducción de *Théories über den Mehrwert*, en la versión de Karl Kautsky, Vol. 2, Parte I, p. 147).

Según esta tabla, se necesita, por ejemplo, 1/4 de unidad de insumos y 15 unidades de trabajo directo en el sector II para producir una unidad de bienes salariales.

Supongamos entonces que el salario real es igual a 1/45 unidades de bienes salariales.

La tasa general de ganancia, r, se determina entonces mediante las siguientes ecuaciones:

$$q_1 = (1+r)\left(\frac{1}{2}q_1 + 10\right) \quad (9.1)$$

$$q_2 = (1+r)\left(\frac{1}{4}q_1 + 15\right) \quad (9.2)$$

$$q_3 = (1+r)\left(\frac{1}{5}q_1 + 16\right) \quad (9.3)$$

$$1 = q_2/45 \quad (9.4)$$

La solución se obtiene fácilmente: $r = 50\%$, $q_1 = 60$, $q_2 = 45$, $y\ q_3 = 42$, $y\ q_i = p_i/w$.

Supongamos que se produce un progreso técnico en un sector no esencial. En este ejemplo, el tercer sector es no-fundamental mientras que los otros dos son fundamentales, porque el tercer sector no es indispensable para el mantenimiento de la producción de los otros mientras que los otros dos son indispensables para todos los sectores. Si consideramos las cuatro ecuaciones anteriores, podemos ver que la ecuación (9.3) es de naturaleza diferente a las otras tres ecuaciones. (9.1), (9.2) y (9.4) pueden determinar r, q_1 y q_2 sin la ayuda de (9.3). (9.3) se dan valores predeterminados de r y q_1 para determinar q_3. Por lo tanto, (9.3) no se utiliza para determinar la tasa general de ganancia en absoluto. De ello se deduce que un progreso técnico en un sector no-fundamental que afecte a los parámetros de la ecuación (9.3) no tiene ningún efecto sobre la tasa general de ganancia. Se trata de la primera proposición mencionada en el apartado anterior. Los sectores no-fundamentales no pueden participar en la determinación de la tasa general de ganancia, sino que sólo aceptan pasivamente la tasa general de ganancia determinada por los sectores fundamentales.

Pero es erróneo decir que las técnicas de producción de los sectores no centrales no tienen relación con la tasa general de ganancia. Para ver esto, sustituyamos la ecuación (9.3) por otra:

$$q_3 = (1+r)\left(\frac{1}{20}q_1 + \frac{3}{4}q_3 + 6\right), \quad (9.3')$$

con $r = 50\%$, y $q_1 = 60$, como antes. Obtenemos un valor negativo de q_3. Esto significa que si la técnica del tercer sector es tal que se necesitan 1/20 unidades de la primera mercancía, 3/4 unidades de la tercera y 6 unidades de trabajo para producir una unidad de la tercera mercancía, no existe una tasa general de ganancia aplicable a todos los sectores. Así, mientras que las técnicas de producción de los sectores no-fundamentales no tienen ningún efecto sobre el nivel general de ganancias sí que influyen en la existencia o no de la propia tasa general de ganancia.

Supongamos ahora que el progreso técnico se produce en un sector fundamental, el segundo por ejemplo. Supongamos que los capitalistas del segundo sector adoptan esta nueva técnica de tipo marxiano, es decir, una técnica que aumenta la productividad del trabajo y la composición orgánica de la producción, y que reduce el coste de producción a los precios y salarios actuales.

Como ejemplo numérico, supongamos que la técnica del segundo sector se sustituye por

	I	Trabajo
II	1/3	35/24

Esta nueva técnica es de naturaleza marxiana. En primer lugar, aumenta la productividad del trabajo, en comparación con la técnica antigua. Con esta última, la productividad del trabajo se midió por t_i, que se determinó mediante las ecuaciones

$$t_1 = \frac{1}{2}t_1 + 10 \quad (10.1)$$

$$t_2 = \frac{1}{4}t_1 + 15 \quad (10.2)$$

Teníamos $t_1 = 20$, $t_2 = 20$. Con la nueva técnica, (10.2) se sustituye por:

$$t_2 = \frac{1}{3}t_1 + \frac{35}{24} \quad (10.2').$$

El trabajo necesario para producir una unidad de bienes salariales, t_2, cae bruscamente. Baja de 20 a 8,125.

En segundo lugar, la composición orgánica de la producción está aumentando. La composición orgánica de la antigua técnica es

$$\frac{1}{4}t_1 \big/ 15 = \frac{1}{3},$$

la nueva composición es

$$\frac{1}{3}t_1 \bigg/ \frac{35}{24} = \frac{32}{7}.$$

La composición orgánica del segundo sector aumenta enormemente.

Por último, la nueva técnica reduce el coste de producción de la segunda mercancía, expresado en términos de unidades salariales, en comparación con la técnica antigua, cuando se calcula a los precios y salarios que se establecieron con la técnica antigua. Con la técnica antigua, el coste de la segunda mercancía asciende a

$$\frac{1}{4}q_1 + 15 = 30,$$

y, con la nueva técnica, se convierte en:

$$\frac{1}{3}q_1 + \frac{35}{24} = 21{,}5.$$

La tasa general de ganancia puede obtenerse sustituyendo (9.2) por:

$$q_2 = (1+r)\left(\frac{1}{3}q_1 + \frac{35}{24}\right) \quad (9.2').$$

Las ecuaciones (9.1), (9.2') y (9.4) tienen la solución:

$$q_1 = 80, \qquad q_2 = 45, \qquad r = 60\%.$$

La tasa general de ganancia aumenta.

IX

Nuestras conclusiones son desfavorables a la ley marxiana de la baja tendencial en la tasa de ganancia. A menos que el salario real aumente lo suficiente, las innovaciones técnicas adoptadas por los capitalistas no reducen la tasa general de ganancia. Las innovaciones en los sectores básicos aumentan la tasa de ganancia. Y las innovaciones en los sectores no-fundamentales no influyen en el nivel de la tasa general de ganancia.

En nuestra opinión, el fracaso de Marx para lograr el resultado correcto tiene dos causas. La primera es la falta de rigor con la que analizó el llamado problema de la transformación. Y la segunda se debe a que descuidó un rasgo importante del comportamiento de los capitalistas, en cuanto a la adopción de nuevas técnicas de producción.

El primer punto se refiere a la fórmula marxiana:

$$tasa\ general\ de\ ganancia = m/(c+v),$$

que deja de lado la distinción entre sectores fundamentales y no-fundamentales en el análisis de la tasa general de ganancia. Marx reconoció que su análisis del precio de producción era insuficiente[6]. Pero no pudo repetir su análisis.

En cuanto al segundo punto, no podemos decir que Marx no haya visto el punto en cuestión. En efecto, en *El Capital*, proclamó constantemente el carácter restrictivo de la elección de los métodos

[6] "Es cierto que estas explicaciones han modificado la inicial relativa a la determinación del coste de producción de las mercancías. Originalmente, suponíamos que el coste de una mercancía era igual al *valor* de las mercancías consumidas en su producción. Pero, para el comprador, el precio de producción de una mercancía es su coste de producción y, como tal, puede ser tenido en cuenta en los precios de otras mercancías. Como el precio de producción puede diferir del valor de una mercancía, el coste de producción de la mercancía que contiene este precio de producción de otra mercancía también puede estar por encima o por debajo de la parte de su valor total que se deriva del valor de los medios de producción consumidos. Es necesario tener en cuenta este significado modificado del coste de producción y recordar que siempre es posible un error cuando, en un determinado sector de la producción, se identifica el coste de producción de la mercancía con el valor de los medios de producción consumidos." K. Marx, *Le Capital*, *Livre III* (Pléiade, Gallimard, París, Tomme II, p. 957).

de producción por parte de los capitalistas[7]. Pero, desgraciadamente, al estudiar la tasa general de ganancia, perdió de vista este carácter.

Para concluir esta nota, diremos unas palabras sobre su importancia para el conjunto de la economía marxiana.

1) La ley de la baja tendencial en la tasa de ganancia no es una piedra angular que pueda sostener todo el edificio del sistema marxiano. Algunos han intentado deducir la teoría de las crisis a partir de esta ley. Estos intentos están condenados al fracaso.

2) El diferente papel que desempeñan los sectores fundamentales y no-fundamentales en la determinación de la tasa de ganancia expresa la doctrina básica marxiana de que la ganancia es una forma fenoménica del plusvalor Pues la tasa de plusvalor depende exclusivamente de los sectores fundamentales, no de los no-fundamentales.

3) El rasgo distintivo de la adopción de los métodos de producción por parte de los capitalistas expresa también la proposición básica marxiana de que las relaciones de producción en la sociedad capitalista se han convertido ya en un obstáculo para el progreso de las fuerzas productivas de los seres humanos.

4) Marx pretendía demostrar con su ley que, en una sociedad capitalista, el aumento de la productividad adopta inevitablemente una forma preocupante, la caída de la tasa de ganancia. Pero, como hemos visto, la clase capitalista puede aumentar la tasa de ganancia si los trabajadores no logran obtener un aumento de los salarios. Así, la evolución de la tasa de ganancia está controlada por la lucha de clases.

ANEXO MATEMÁTICO

I

Las condiciones para que la nueva técnica de producción utilizada en el sector k reduzca la cantidad de trabajo requerido directa e indirectamente para producir una unidad del k-ésimo bien son que:

$$\sum a_{ij} t_j + \tau_k > \sum a'_{ij}\, t_j + \tau'_k \quad (11),$$

[7] "El uso de máquinas, visto exclusivamente como un medio para abaratar el producto, tiene un límite. El trabajo gastado en su producción debe ser menor que el trabajo desplazado por su uso. Para el capitalista cedido este límite es más estrecho. Como no paga por el trabajo, sino por la fuerza de trabajo que emplea, se guía en sus cálculos por la diferencia de valor entre las máquinas y la fuerza de trabajo que pueden desplazar.". "En una sociedad comunista, por lo tanto, la maquinaria ocuparía un lugar totalmente diferente al de la sociedad burguesa." K Marx, *Le Capital*, *Livre I* (Pléiade, Gallimard, París, Tomme I, p. 937).

donde $(a_{1k}, \ \ldots, a_{nk}, \tau_k)$ y $(a'_{1k}, \ \ldots, a'_{nk}, \tau'_k)$ son respectivamente la vieja y la nueva técnica en el sector k y donde los t_i están determinados por:

$$t_i = \sum a_{ij} t_j + \tau_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \quad (12).$$

Demostración:

Si la nueva técnica se introduce en el sector k, los nuevos t_i se determinan por:

$$\left.\begin{array}{r} t_i = \sum a_{ij} t_j + \tau_i \qquad (i = 1, \ldots, k+1, \ldots, n) \\ t_k = \sum a'_{kj}\, t_j + \tau'_k \qquad\qquad\qquad \end{array}\right\} \quad (13)$$

Sean las soluciones de (12) $(t_1, \ldots, t_n)$ y las de (13) $(t'_1, \ldots, t'_n)$. De (12) y (13) obtenemos:

$$\left.\begin{array}{r} \Delta t_i = \sum a_{ij}\, \Delta t_j \qquad (i = 1, \ldots, k-1, k+1, \ldots, n) \\ \Delta t_k = \sum a'_{ij}\, \Delta t_j + \left(\sum \Delta a_{kj} t_{kj} + \Delta \tau_k\right) \qquad \end{array}\right\} \quad (14),$$

ó $\quad \Delta t_i = t'_i - t_i, \Delta a_{kj} = a'_{kj} - a_{kj}, \Delta \tau_k - \tau_k.$

Los coeficientes de t en (13) deben satisfacer las condiciones de Hawkins-Simon[8] para que las ecuaciones (13) tengan una solución económicamente significativa, es decir, $t_i > 0$ para el todo i. Así, en (14), si

$$\sum \Delta a_{kj} t_j + \Delta \tau_k \geq 0, \ \text{ entonces todo } \Delta t_i \geq 0 \ \text{ para todo } i.$$

Y si $\sum \Delta a_{kj} t_j + \Delta \tau_k < 0$, entonces todo $\Delta t_i \leq 0$ para todo i, y en particular, $\Delta t_k < 0$.

II

Si $(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ respetan las desigualdades:

$$q_i > \sum a_{ij} q_j + \tau_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \quad (15)$$

hay que comprobar las siguientes desigualdades:

$$q_i > t_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \quad (16),$$

ó $\quad t_i$ se determina por (12).

[8] D. Hawkins & H.A. Simon, “Some Conditions of Macroeconomic Stability”, *Econometrica*, julio-octubre 1949.

Demostración:

De (12) y (15), obtenemos:

$$q_i - t_i > \sum a_{ij}(q_j - t_j) \qquad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (17).$$

Como los coeficientes de t_i en (12) deben satisfacer las condiciones de Hawkins-Simon, obtenemos las relaciones (16).

III

La tasa general de ganancia, r, está determinada por:

$$\left.\begin{aligned} q_i &= (1+r)\left(\sum a_{ij}q_j + \tau_i\right) \qquad (i = 1, 2, \dots, n) \\ 1 &= \sum b_i q_i \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

debe respetar la relación:

$$r < \tau_i / \sum a_{ij} t_j \quad \text{para algunos } i \quad (19),$$

donde t_i viene determinado por (12) y $\sum a_{ij} > 0$ para todo i.

Demostración:

De (18), obtenemos:

$$r = \frac{q_i}{\sum a_{ij}q_j + \tau_i} - 1 \quad \text{para todo } i \quad (20).$$

Estableciendo que $q_i = \lambda_i t_i$ para todo i, y considerando que $\tau_i > 0$, obtenemos que:

$$r = \frac{\lambda_i}{\lambda_i^*}\frac{t_i}{\sum a_{ij}t_j} - 1 \quad \text{para todo } i \quad (21),$$

ó $\quad \lambda_i^* = \sum a_{ij}\,\lambda_j t_j / \sum a_{ij}\, t_j \quad (22)$

λ_i^* es una media ponderada de $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, cuyos ponderadores son respectivamente $a_{i1}t_1, a_{i2}, \dots, a_{in}t_n$. De ello se deduce que las siguientes relaciones deben verificarse para algunos i:

$$\lambda_i \geq \lambda_i^* \quad (23).$$

Para estos i, extraemos de (21) y (12):

$$r < \frac{t_i}{\sum a_{ij}t_j} - 1 = \tau_i / \sum a_{ij}t_j \quad (24).$$

IV

Las innovaciones técnicas en los sectores no-fundamentales no tienen ningún efecto sobre el nivel de la tasa general de ganancia determinada por (18).

Demostración:

Por definición, los productos de los sectores no-fundamentales no son bienes salariales, por lo que $b_l = 0$ en las ecuaciones (18), donde el subíndice l denota un sector no-fundamental. Y también por definición, los productos de los sectores no-fundamentales no son medios de producción en los sectores que producen bienes salariales y en los sectores cuyos productos son directa o indirectamente necesarios para la producción de bienes salariales. Así, si los subíndices l a m denotan los sectores productores de bienes salariales y los sectores necesarios para la producción de bienes salariales,

$$a_{il} = 0 \qquad (i = 1,2,\dots,m) \quad (25),$$

donde el índice l denota un sector no-fundamental. Por tanto, podemos elegir $m + 1$ ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} q_i = (1+r)/\left(\sum a_{ij}q_j + \tau_j\right) \qquad (i = 1,2,\dots,m) \\ 1 = \sum b_i q_i \qquad\qquad\qquad\qquad \end{aligned}\right\} \quad (26).$$

Estas ecuaciones son suficientes para determinar la tasa de ganancia. Por lo tanto, las innovaciones técnicas en los sectores no-fundamentales no pueden tener ningún efecto sobre r, que queda así determinada.

V

Si la nueva técnica de producción que se introduce en el sector k, que se supone fundamental, obedece a la relación

$$\sum a_{kj}q_j + \tau_k > \sum a'_{kj}q_j + \tau'_k \quad (27),$$

la tasa general de ganancia determinada por (26) aumenta necesariamente.

Demostración:

Al plantear $\beta = 1/(1+r)$, podemos reescribir (26) como sigue:

$$\beta q_i = \sum a_{ij} q_j + \tau_i \qquad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (28)$$

$$1 = \sum b_i q_i \quad (29).$$

Con la nueva técnica, la tasa general de ganancia se determina por:

$$\beta q_i = \sum a_{ij} q_j + \tau_i \qquad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (30)$$

$$\beta q_k = \sum a'_{ij} q_j + \tau'_k \quad (31)$$

y por (29).

Supongamos que las soluciones de (28) y (29) son $(\beta, q_1, \dots, q_n)$ y las de (30), (31) y (29) son $(\beta', q'_1, \dots, q'_n)$. Entonces, a partir de (28)~(31), obtenemos:

$$\beta' \Delta q_i = \sum a_{ij} \Delta q_j - q_i \Delta\beta \; (i = 1, \dots, k-1, k+1, \dots, m) \quad (32)$$

$$\beta' \Delta q_k = \sum a'_{kj} \Delta q_j - q_k \Delta\beta + \left(\sum \Delta a_{kj} q_j + \Delta\tau_k\right) \quad (33)$$

$$0 = \sum b_i \Delta q_i \quad (34),$$

ó $\Delta q_i = q'_i - q_i,\ \Delta\beta = \beta' - \beta,\ \Delta a_{kj} = a'_{kj} - a_{kj}$ y $\Delta\tau_k = \tau'_k - \tau_k$.

Como $q'_i > 0$ para todo i, los coeficientes de Δq en (32) y (33) satisfacen las condiciones de Hawkins-Simon. Y, de (27), se deduce que el tercer término del lado derecho de (33) es negativo. Así, si $\Delta\beta < 0$, entonces, en (32) y (33), $\Delta q_k < 0$ y $\Delta q_j = 0$ para todo $i \neq k$. Como se supone que el sector k es fundamental, debe haber al menos un sector que produzca los bienes salariales o $\Delta q_i < 0$. Pero esta conclusión contradice la ecuación (34). Por lo tanto, tenemos que $\Delta\beta > 0$, ó $r' > r$.